

(6 pages)

MAY 2011

U/ID 14671/NCH

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

PART A — (5 × 8 = 40 marks)

Answer any FIVE questions.

All questions carry equal marks.

1. Construct the truth table for

$$X = (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vee (p \wedge \sim q).$$

$X = (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vee (p \wedge \sim q)$ -ன் உண்மை அட்டவணையை உருவாக்குக.

2. Prove that

$$(p \vee q) \wedge (\sim p \wedge (\sim p \wedge q)) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q).$$

$(p \vee q) \wedge (\sim p \wedge (\sim p \wedge q)) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$ என நிறுவுக.

3. Prove that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, for any three sets A, B, C .

A, B, C என்ற ஏதேனும் மூன்று கணங்களுக்கு, $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ என நிறுவுக.

4. Show that, the set of rational numbers is countable.

விகிதமுறு எண்களின் கணம் எண்ணக் கூடியது என நிறுவுக.

5. Define :

(a) Reflection.

(b) Rotation.

(c) Shear and

(d) Translation.

Give example for each of the above.

(அ) சுற்றச்சு

(ஆ) பிரதிபலிப்பு

(இ) சறுக்குப் பெயர்ச்சி மற்றும்

(ஈ) பெயர்ப்பு ஆகியவற்றை வரையறு.
ஒவ்வொன்றுக்கும் எடுத்துக்காட்டு தருக.

6. Differentiate $y = x^{x^{\infty}}$ with respect to x .

$y = x^{x^{\infty}}$ -யை x யைப் பொறுத்து வகைப்படுத்துக.

7. Evaluate $I = \int_0^{\pi/2} \log(\tan x) dx$.

$$I = \int_0^{\pi/2} \log(\tan x) dx \text{ -யை மதிப்பிடுக.}$$

8. Find the equation of the circle passing through the intersections of $x^2 + y^2 = 4$ and $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ and touching the line $x + 2y = 5$.

$x^2 + y^2 = 4$ மற்றும் $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ என்பனவற்றின் வெட்டு மற்றும் $x + 2y = 5$ என்ற கோட்டை தொட்டுச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

PART B — (3 × 20 = 60 marks)

Answer any THREE questions.

All questions carry equal marks.

9. (a) Show that $q \vee (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ is a tautology.

(b) Prove that

$$\sim (p \wedge q) \rightarrow (\sim p \vee (\sim p \vee q)) \Rightarrow (\sim p \vee q).$$

(அ) $q \vee (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ என்பது ஒரு மெய்மை என நிறுவுக.

(ஆ) $\sim (p \wedge q) \rightarrow (\sim p \vee (\sim p \vee q)) \Rightarrow (\sim p \vee q)$ என நிறுவுக.

10. (a) Define inverse of a function. Show that f has got an inverse if and only if f is a bijection.

(b) Prove that an equivalence relation on a set X partitions the set X .

(அ) ஒரு சார்பு எதிர்மறையை வரையறு. f என்ற சார்புக்கு எதிர்மறை இருந்தால் மட்டுமே f ஒரு இருபுறப்பான் என நிறுவுக.

(ஆ) X என்ற கணத்தின் மீது வரையறுக்கப் பெறும் சமான உறவு அக்கணத்தை பிரிவினைகளாக பிரிக்கும் என நிறுவுக.

11. Verify Cayley Hamilton theorem for

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 7 \\ 6 & 8 & -4 \end{bmatrix}$ and hence find its inverse.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 7 \\ 6 & 8 & -4 \end{bmatrix} \text{ என்ற அணிக்கு கேய்லி-ஹாமில்டன்}$$

தேற்றத்தை சரிபார்க்க. அதன் மூலம் A -ன் நேர்மாறு காண்க.

12. (a) If $y = x^n \log x$, prove that

$$I_n = nI_{n-1} + (n-1)!$$

(b) Find reduction formula for

$$I_n = \int_0^{\pi/x} \sin^n x \, dx.$$

(அ) $y = x^n \log x$ எனில், $I_n = nI_{n-1} + (n-1)!$ என நிறுவுக.

(ஆ) $I_n = \int_0^{\pi/x} \sin^n x \, dx$ -ன் குறைப்பு வாய்ப்பாட்டைத் தருவி.

13. Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x-3}{-3} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-3}{-1}, \quad \frac{x+3}{3} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-6}{-4} \quad \text{and}$$

find the equations of the line of shortest distance.

$$\frac{x-3}{-3} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-3}{-1} \text{ மற்றும் } \frac{x+3}{3} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-6}{-4}$$

என்ற கோடுகளுக்கு இடையேயுள்ள உள்ள குறைந்தபட்ச தூரத்தைக் காண்க. மேலும் குறைந்தபட்ச தூர கோட்டின் சமன்பாட்டை காண்க.
